Questions de cours possibles :

- la décomposition en cycles de $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$
- déterminant de Vandermonde
- effet des opérations élémentaires sur les formes n-linéaires alternées (ie $x_i \leftrightarrow x_j$ et $x_i \leftarrow x_i + \lambda x_j$)

Résoudre $xy' = y + x$ sur $\mathbb{R}$

Résoudre $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$ sur $\mathbb{R}$

Résoudre $\left\{ \begin{array}{l} y' - (x+1)y = x + 1 \\ y(0) = 1 \end{array} \right.$

Trouver les fonctions $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ continues telles que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \displaystyle\int_0^x tf(t)dt + 1$

Résoudre $x^2 + y^2 - 2xyy' = 0$ sur $]0, +\infty[$

Déterminer les fonctions $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dérivables telles que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) + f(x) = f(0) + f(1)$

Déterminer les $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$ telles que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) + f(-x) = e^x$

Déterminer les fonctions $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dérivables telles que $\forall x, y \in \mathbb{R}, f(x + y) = f(x)f(y)$

Déterminer les fonctions $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dérivables telles que $\forall x, y \in \mathbb{R}, f(x + y) = e^x f(y) + e^y f(x)$

Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$ telle que $f(x) + f'(x) \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} 0$
Montrer que $f(x) \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} 0$

Soient $a, b : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continues, a impaire, b paire.
Montrer que l'équation $y' + ay = b$ admet une unique solution impaire (hint : chercher une condition assurant l'unicité ...)

Soit $n \geq 1$, trouver la signature de $\sigma_n = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n-1 & n \\ n & n-1 & \ldots & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Soit $n \geq 2$, soit $\mathcal{A}_n$ l'ensemble des permutations de signature 1.
Déterminer le cardinal de $\mathcal{A}_n$ (hint : on pourra fixer une transposition τ et regarder l'application $\sigma \mapsto \tau \circ \sigma$)